~ CURS 1 ~

I. Concepte de bază în Teoria Circuitelor Electrice

I.1. Semnale electrice

Semnalele electrice sunt elemente esențiale ale teoriei circuitelor electrice, purtătoare de energie și de informații. O caracteristică importantă a unui semnal electric este modul în care aceasta variază în timp.

$m(\mathrm{t})$ – valoarea instantanee a semnalului

A. Semnale de curent continuu

Semnalele continue se caracterizează prin faptul că valoarea lor rămâne constantă în timp (pozitiv sau negativ) (fig. 1.1).

$$m(t) = M_{\mathrm{m}} \tag{1.1}$$

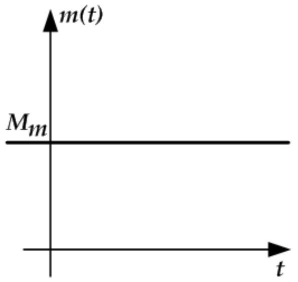

Fig. 1.1. Semnalul continuu

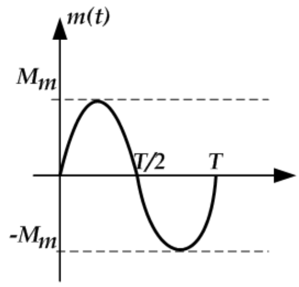

Fig. 1.2. Semnalul sinusoidal

B. Semnale periodice

Un semnal a cărui succesiune de valori se reproduce în aceeași ordine, la fiecare T secunde se numește semnal periodic de perioadă T.

Valoarea semnalului satisface ecuația:

$$m(t) = m(t \pm nT),\ pentru\ \forall t\ și\ n = 1,2,3, \dots \tag{1.2}$$

Din această categorie fac parte semnale sinusoidale (fig. 1.2), rectangulare, dinți de fierăstrău etc.

Numărul de cicluri (oscilații) efectuate într-o secundă se numește frecvență și se măsoară în hertzi [Hz].

$$f = \frac{1}{T} \tag{1.3}$$

I.2. Regimurile de funcționare ale circuitelor electrice

După natura funcțiilor care exprimă variația în timp a intensităților curenților și tensiunilor, regimurile de funcționare ale circuitelor electrice se clasifică în:

a) regim de curent continuu – în care mărimile de excitație (intensitățile curenților, tensiunile și potențialele electrice) sunt constante în timp;

b) regim variabil – în care mărimile de excitație sunt funcții oarecare de timp;

c) regim periodic – în care mărimile de excitație sunt funcții periodice de timp (nesinusoidale);

Mai există o categorie de regimuri de funcționare a circuitelor electrice ce durează o perioadă scurtă de timp și fac legătura între două regimuri permanente, care se numesc regimuri tranzitorii.

I.3. Clasificarea elementelor de circuit

Elementele de circuit sunt modele idealizate (prin selectarea numai a uneia dintre proprietățile lor electrice sau magnetice, considerată esențială și neglijarea celorlalte). Un element de circuit este caracterizat printr-o relație între curentul (mărime scală și primitivă) și tensiunea (mărime scalară și derivată) la bornele sale, care în cel mai general mod se poate scrie sub formula:

$$u(t) = u(i(t), t) \tag{1.4}$$

După tipul ecuației caracteristice, elementele de circuit se pot clasifica în:

a) elemente liniare, invariabile în timp:

$$u(t) = K \cdot i(t), \tag{1.5}$$

unde K este o constantă;

b) elemente liniare, variabile în timp:

$$u(t) = K(\mathrm{t}) \cdot i(t), \tag{1.6}$$

c) elemente neliniare, invariabile în timp:

$$f(u(t), i(t)) = 0, \tag{1.7}$$

d) elemente neliniare, variabile în timp:

$$g(u(t), i(t), \mathrm{t}) = 0. \tag{1.8}$$

Tensiunea și intensitatea curentului sunt univoc determinate la bornele elementului de circuit și produsul lor se numește puterea instantanee:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t). \tag{1.9}$$

Integrala puterii în raport cu timpul pe un interval de timp (t_1, t_2) se numește energia electrică:

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p(\mathrm{t})\mathrm{d}t \tag{1.10}$$

Din punct de vedere al valorii puterii instantanee, elementele de circuit pot fi clasificate în două categorii:

a) elemente de circuit pasive, pentru care <u>în orice punct</u> al caracteristicii de funcționare $p > 0$, ceea ce înseamnă că elementul de circuit primește putere pe la borne;

b) elemente de circuit active (sau surse), pentru care <u>cel puțin într-un punct</u> al caracteristicii de funcționare $p < 0$, ceea ce înseamnă că elementul de circuit cedează putere pe la borne.

I.4. Elemente pasive de circuit

Rezistorul este un element de circuit a cărui ecuație de funcționare este de forma:

$u(t) = u(i(t), t)$ - caracteristica tensiune - curent (1.11)

$i(t) = i(u(t), t)$ - caracteristica curent - tensiune (1.12)

Pentru rezistor se consideră esențială mărimea sa numită ***rezistență***, iar celelalte mărimi se neglijează (e_i, φ, q).

$$u(t) = R \cdot i(t) \tag{1.13}$$

→ rezistorul liniar și invariabil în timp

$$u(t) = R \cdot i(t) \text{ sau } i(t) = G \cdot u(t) \tag{1.14}$$

unde, $R > 0$ (rezistență) [Ω], respectiv $G > 0$ (conductanță) [S] (fig. 1.3).

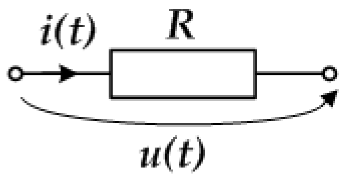

Fig. 1.3. Simbolul rezistorului electric liniar

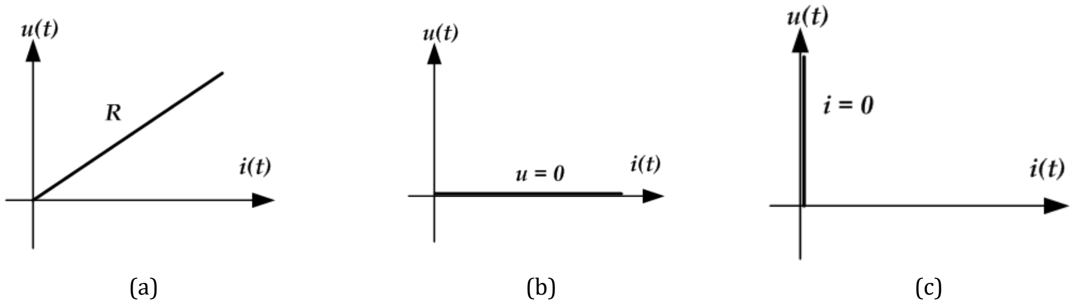

Fig. 1.4. Caracteristica rezistorului ideal (a), a scurtcircuitului (b), respectiv al întreruperii (golului) (c).

Obs: Pentru rezistență vom alege convenția receptorului de asociere a sensurilor curentului și tensiunii la borne (ambele în același sens).

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) = R \cdot i^2(t) = G \cdot u^2(t) > 0 \tag{1.16}$$

- ♣ dacă $R = 0$ ($G \to \infty$): scurtcircuit, $u(t) = 0$ și oricare $i(t)$ (fig. 1.4.b)
- ♣ dacă $R \to \infty$ ($G = 0$): gol (întrerupere), $i(t) = 0$ și oricare $u(t)$ (fig. 1.4.c)

Bobina necuplată magnetic are ecuația de funcționare:

$$\varphi(t) = \varphi(i(t), t), \tag{1.17}$$

numită caracteristica flux – curent (fig. 1.5a).

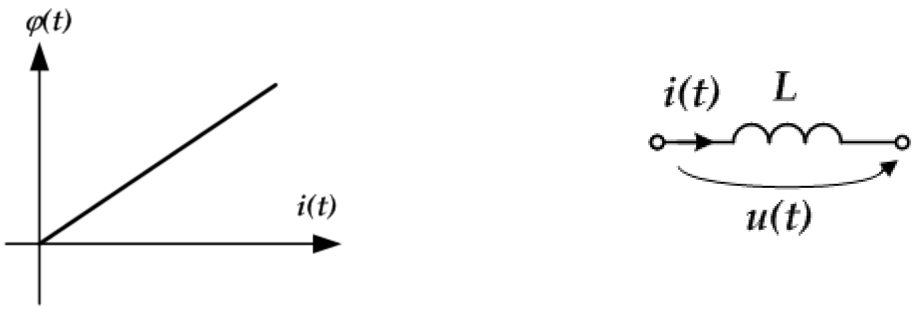

Fig. 1.5. Caracteristica flux-curent pentru bobină (a), simbolizarea bobinei ideale (b)

Pentru bobină se consideră esențial doar fluxul magnetic, iar celelalte mărimi se neglijează (R, q, e_i). Pe baza legii inducției electromagnetice, se deduce ecuația la bornele bobinei:

$$u_b = \frac{d\varphi}{\mathrm{d}t}, \tag{1.18}$$

numită ecuația de evoluție a bobinei, din care, prin integrare pe intervalul $(0, t)$ se obține:

$$\varphi(t) = \varphi(0) + \int_0^t u(\tau)\mathrm{d}\tau, \tag{1.19}$$

unde $\varphi(0) = \int_{-\infty}^{0} u(\tau)\mathrm{d}\tau$ este valoarea inițială a fluxului magnetic prin bobină.

→ bobina liniară, invariabilă în timp și necuplată magnetic

$$\varphi(t) = L \cdot i(t) \Rightarrow u(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}, \tag{1.20}$$

care integrată capătă forma:

$$i(t) = i(0) + \frac{1}{L}\int_0^t u(\tau)\mathrm{d}\tau, \tag{1.21}$$

unde $i(0) = \frac{1}{L}\int_{-\infty}^{0} u(\tau)\mathrm{d}\tau$ este valoarea inițială a curentului prin bobină.

Bobina liniară, invariabilă în timp și necuplată magnetic este complet caracterizată de inductivitatea proprie L și de intensitatea curentului în momentul inițial $i(0)$ (fig. 1.5b).

Înmulțind ecuația caracteristică cu $id\tau$ și integrând-o pe intervalul $(0, t)$ în condiția $i(0) = 0$, se obține energia magnetică acumulată de bobină:

$$W_\mathrm{m} = \int_0^t u(\tau)i(\tau)\mathrm{d}\tau = L\int_0^t i'(\tau)i(\tau)\mathrm{d}\tau = \frac{1}{2}Li^2(t) = \frac{1}{2}\varphi(t)i(t) = \frac{1}{2}\frac{\varphi^2(t)}{L}, \tag{1.22}$$

Dacă bobina este caracterizată de o rezistență nenulă ($R\neq 0$), pentru bobina reală se obține (fig. 1.6):

$$u_b = u_f + \frac{d\varphi}{\mathrm{d}t} = R \cdot i(t) + L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}. \tag{1.23}$$

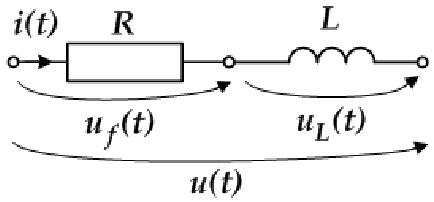

Fig. 1.6. Reprezentarea bobinei reale

<u>Condensatorul</u> are ecuația caracteristică sarcină – tensiune (tensiune - sarcină) (fig. 1.7a):

$$q(t) = q(u(t), t) \text{ sau } u(t) = u(q(t), t) \tag{1.24}$$

Fig. 1.7. Caracteristica sarcină-tensiune pentru condensator (a), simbolizarea condensatorului ideal (b)

Pentru condensator se consideră esențială doar sarcina electrică, celelalte mărimi neglijându-se (R, φ, e_i). Rezultând din legea conservării sarcinii electrice, ecuația la bornele condensatorului este:

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{dt}}, \tag{1.25}$$

numită ecuația de evoluție a condensatorului, din care prin integrare pe intervalul $(0, t)$ se obține:

$$q(t) = q(0) + \int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau, \tag{1.26}$$

unde: $q(0) = \int_{-\infty}^{t} i(\tau)\mathrm{d}\tau$ reprezintă sarcina cu care este încărcat inițial condensatorul.

→ condensatorul liniar, invariabil în timp

$$q(t) = C \cdot u(t) \text{ sau } u(t) = S \cdot q(t) \tag{1.27}$$

$C > 0$ – capacitate, $S = \frac{1}{C}$ - elastanță

$$i(t) = C\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{dt}}, \tag{1.28}$$

este ecuația caracteristică, care prin integrare pe $(0, t)$ conduce la:

$$u(t) = u(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\tau)\mathrm{d}\tau \quad cu \;\; u(0) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{0} i(\tau)\mathrm{d}\tau\,. \tag{1.29}$$

Condensatorul liniar și invariabil în timp este complet caracterizat de capacitatea C și tensiunea inițială $u(0)$ (fig. 1.7b).

Înmulțind ecuația caracteristică cu $ud\tau$ și integrând-o pe intervalul $(0, t)$, în ipoteza $u(0) = 0$, se obține energia acumulată în câmp electric de către condensator:

$$\begin{aligned} W_\mathrm{e} &= \int_0^t u(\tau)i(\tau)\mathrm{d}\tau = C\int_0^t u'(\tau)u(\tau)\mathrm{d}\tau = \frac{1}{2}Cu^2(t) = \\ &= \frac{1}{2}q(t)u(t) = \frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C}, \end{aligned} \tag{1.30}$$